

Puterea cu exponent număr natural și bază număr întreg negativ

Fie $a \in \mathbb{Z}_-$ și $m \in \mathbb{N}, m \geq 2$. Atunci $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\text{de } m \text{ ori}} = a^m$,
se citește „ a la puterea m ”.

Exemple: 1) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^3$
2) $\underbrace{(-13) \cdot (-13) \cdot \dots \cdot (-13)}_{\text{de } 2020 \text{ ori}} = (-13)^{2020}$

Calculul puterilor.

Regulă: $a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\text{de } m \text{ ori}}$, unde $m \geq 2$

(obs) În calculul puterilor cu exponent număr natural și bază număr întreg negativ, vom ține cont de regula semnelor de la înmulțirea numerelor întregi ~~pozitive~~, și

am nume: $(-a) \cdot (-b) = (+ab)$
 $(+a) \cdot (+b) = (+ab)$
 $(-a) \cdot (+b) = (-ab)$
 $(+a) \cdot (-b) = (-ab)$

Convenții: 1) $a^1 = a$; 2) $a^0 = 1$

Exemple:

$$1) (-2)^3 = \underbrace{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)}_{+4} = (+4) \cdot (-2) = -8 = -2^3$$

Deu: $\boxed{(-2)^3 = -2^3}$

$$2) (-3)^5 = \underbrace{(-3) \cdot (-3)}_{+9} \cdot \underbrace{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)}_{+9} = \underbrace{(+9) \cdot (+9)}_{+81} \cdot (-3) = (+81) \cdot (-3) = -243 = -3^5$$

$$\text{Deci } \boxed{(-3)^5 = -3^5}$$

Concluzii: Orice număr întreg negativ, ridicat la o putere număr natural impar, rămâne un număr întreg negativ.

$$\text{Deci } \boxed{(-a)^{\text{impar}} = -a^{\text{impar}}}$$

Exemple:

$$a) (-5)^3 = -5^3 = -125$$

$$b) (-1)^{2019} = -1^{2019} = -1$$

$$c) (-7)^1 = -7$$

$$d) (-2)^5 = -2^5 = -32$$

$$3) (-2)^4 = \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_{+4} \cdot \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_{+4} = (+4) \cdot (+4) = +16 = +2^4$$

$$\text{Deci } \boxed{(-2)^4 = +2^4}$$

~~$$4) (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$$~~

$$4) (-3)^6 = \underbrace{(-3) \cdot (-3)}_{+9} \cdot \underbrace{(-3) \cdot (-3)}_{+9} \cdot \underbrace{(-3) \cdot (-3)}_{+9} = (+9) \cdot (+9) \cdot (+9) = +3^6$$

$$\text{Deci } \boxed{(-3)^6 = +3^6}$$

Concluzii: Orice număr întreg negativ, ridicat la o putere număr natural par, se transformă într-un număr întreg pozitiv.

$$\text{Deci } (-a)^{\text{par}} = +a^{\text{par}}$$

Exemple:

$$a) (-5)^2 = +5^2 = +25$$

$$b) (-7)^0 = 1$$

$$c) (-3)^4 = +3^4 = +81$$

$$d) (-1)^{2020} = +1^{2020} = +1$$

Reguli de calcul cu puteri: Fie $a, b \in \mathbb{Z}$ și $m, n \in \mathbb{N}, m, n \geq 2$.

$$a) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$b) a^m : a^n = a^{m-n}, m \geq n$$

$$c) (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$d) a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$e) a^m : b^m = (a : b)^m, \text{ unde } b \neq 0$$

Exemple:

$$a) (-2)^3 \cdot (-2)^{10} = (-2)^{13} = -2^{13}$$

$$b) (-15)^{170} : (-15)^{109} = (-15)^{61} = -15^{61}$$

$$c) [(-3)^4]^5 = (-3)^{20} = +3^{20}$$

$$d) (-7)^4 \cdot (-5)^4 = [(-7) \cdot (-5)]^4 = (+35)^4 = 35^4$$

$$e) (-105)^6 : (-21)^6 = [(-105) : (-21)]^6 = (+5)^6 = +5^6$$

$$f) (-3)^8 \cdot (+2)^8 = [(-3) \cdot (+2)]^8 = (-6)^8 = -6^8$$

$$g) (-35)^{13} : (+7)^{13} = [(-35) : (+7)]^{13} = (-5)^{13} = -5^{13}$$

TEMĂ : CULEGERE MATE 2000 / PARTEA II

Ex: 1, 2, 3, ..., 14 (PAGINILE 40-41)