

Probleme care se rezolvă cu ajutorul sistemelor

I) METODA FALSEI-IPOTEZE - tratată cu ajutorul sistemelor

Exemplu: Într-o păremiță se jucau veverițe și vrăbiuțe:
9 căpșoare și 24 de picioare. Câte veverițe și câte
vrăbiuțe erau?

Sol: Metoda falsei ipoteze

Presupunem că toate vietățile erau vrăbiuțe. Ele au
2 picioare $\cdot 9 = 18$ picioare

Ducând la o nepotrivire cu 24 picioare - 18 picioare =
6 picioare \Rightarrow presupunerea este falsă.

Înlocuind (mimtal) o vrăbiuță cu o veveriță, numărul
căpșoarelor rămâne același, dar numărul picioarelor
crește cu 2. Va trebui să efectuăm $6 : 2 = 3$ înlocuiri

Deci sunt 3 veverițe și 6 vrăbiuțe.

Sol: Cu ajutorul sistemelor de ecuații

Notăm cu a - numărul de veverițe

b - numărul de vrăbiuțe.

Cum avem 9 căpșoare $\Rightarrow \boxed{a + b = 9}$

Cum o veveriță are 4 picioare și mai avem "a" veverițe,
obținem un total "4 · a" picioare

Cum o vrăbiuță are 2 picioare și mai avem "b" vrăbiuțe,

obținem un total de $a \cdot b$ prieteni.

Cum avem un total de 24 de prieteni \Rightarrow formăm ecuația: $4a + 2b = 24$

Astfel se obține sistemul:
$$\begin{cases} a + b = 9 & |(-2)| \\ 4a + 2b = 24 & \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \begin{cases} -2a - 2b = -18 \\ 4a + 2b = 24 \\ \hline 2a = 6 \end{cases} \Rightarrow a = 3, \text{ de unde } b = 6$$

OBS Se observă că soluția a 2-a este mult mai simplă decât prima, astfel toate problemele ce urmează vor fi rezolvate cu metoda sistemelor.

Aplicație: La un concurs de matematică, fiecare elev a avut de rezolvat 10 probleme. Pentru fiecare problemă rezolvată corect elevul primește 10 puncte, iar pentru fiecare problemă greșit rezolvată i se scad 2 puncte. Aflați câte probleme a rezolvat corect elevul situat pe locul I, dacă el a obținut 76 de puncte.

Sol:

Notăm: a - nr. de probleme rezolvate corect
 b - nr. de probleme rezolvate greșit.

Cum fiecare elev a avut de rezolvat 10 probleme, iar pe mai ne interesează elevul de pe locul I $\Rightarrow a + b = 10$

Cum pentru o problemă rezolvată corect, elevul de pe

locul I, primește 10 puncte, iar el a rezolvat "a" probleme
corect \Rightarrow primește "10 · a" puncte

Cum pentru o problemă rezolvată greșit, elevul este
penalizat cu 2 puncte \Rightarrow i se scad "2 · b" puncte.

Cum el a obținut 76 puncte \Rightarrow $10 \cdot a + 2 \cdot b = 76$

$$\text{Formăm sistemul: } \begin{cases} a + b = 10 & | \cdot 2 \\ 10a - 2b = 76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 2b = 20 \\ 10a - 2b = 76 \\ \hline 12a = 96 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 8} \Rightarrow \boxed{b = 2}$$

ii) METODA COMPARATIEI - tratată cu ajutorul sistemelor.

Exemplu: Andreea a cumpărat 2 pahare și 7 farfurii,
pentru care a plătit 41 de lei, iar Teodora a cumpărat
7 pahare, 2 farfurii și a plătit 31 de lei. Cât costă
1 farfurie și 1 pahar?

Sol: Metoda comparației

$$2 \text{ pahare} \dots 7 \text{ farfurii} \dots 41 \text{ lei} \quad | \cdot 7$$

$$7 \text{ pahare} \dots 2 \text{ farfurii} \dots 31 \text{ lei} \quad | \cdot 2$$

$$14 \text{ pahare} \dots 49 \text{ farfurii} \dots 287 \text{ lei}$$

$$14 \text{ pahare} \dots 4 \text{ farfurii} \dots 62 \text{ lei}$$

$$\hline 45 \text{ farfurii} = 225 \Rightarrow \boxed{1 \text{ farfurie} = 5 \text{ lei}}$$

11-11

Dacă 1 farfurie costă 5 lei \Rightarrow 7 farfurii costă 35 lei,
de unde 2 pahare costă $41 - 35 = 6$ lei, de unde 1 pahar
costă $6 : 2 = \underline{3}$ lei.

Sol: Cu ajutorul sistemelor de ecuații

Notăm: $a =$ costul 1 farfurii
 $b =$ costul 1 pahar

$$\text{Avem sistemul: } \begin{cases} 2a + 7b = 41 & / 7 \\ 7a + 2b = 31 & | (-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 14a + 49b = 287 \\ -14a - 4b = -62 \end{cases} \\ \hline / \quad 45 \cdot b = 225 \Rightarrow$$

$$\boxed{b = 5 \text{ lei}} \Rightarrow 2a + 7 \cdot 5 = 41 \quad (\Rightarrow) \quad 2a = 6 \Rightarrow \boxed{a = 3 \text{ lei}}$$

TEMA: Culegere Mate 2000 (Part II)

pag 28 / Ex: 19

pag 29 / Ex: 25, 28, 33

pag 30 / Ex: 45, 46