VII

Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală, 1 februarie 2020
Clasa a VII – a

SUBIECTE:

1. **a)** Aflaţi numerele întregi x, diferite de – 1, astfel încât $\sqrt{\frac{x-2010}{x+1}}$ să fie număr întreg. **(3p)**

(G.M. Nr.5/2011)

b) Fie $a_1, a_2, ..., a_{2020}$, numere naturale impare.
Arătați că numărul $A=\sqrt{a_1^{\ 2}+a_2^{\ 2}+......+a_{2020}^{\ \ 2}-1}$ este irațional. **(4p)**

2. **a)** Arătaţi că ecuaţia $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{1006}}+\frac{1}{\sqrt{2012-x}+\sqrt{1006}}=\frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{2012-x}}$ are 2013 soluţii în mulţimea numerelor întregi. **(4p)**

(G.M. Nr.3/2013)

b) Dacă $a=\frac{1}{63}+\frac{2}{62}+\frac{3}{61}+...+\frac{63}{1}$ şi $b=\frac{1}{64}+\frac{2}{63}+\frac{3}{62}+...+\frac{64}{1}$, arătaţi că b – a > 3. **(3p)**

3. Se consideră paralelogramul ABCD. O dreaptă *d* taie laturile AD și BC în punctele M, respectiv N astfel încât AM = CN, M între A şi D, N între B şi C. De asemenea, o altă dreaptă *s* taie laturile AB și CD în punctele P și respectiv Q, astfel încât, AP = CQ, P între A și B, Q între C şi D.

a) Arătați că dreapta *s* trece prin mijlocul segmentului MN. **(3p)**

b) Arătați că dacă $A_{MPNQ}=\frac{1}{2}\cdot A_{ABCD}$, atunci M este mijlocul segmentului AD sau P este mijlocul segmentului AB. **(4p)**

4. Considerăm un cerc de centru O şi ΔABC înscris în cerc, astfel încât $AC=120^0$, AD ⊥ BC, D situat pe segmentul BC, O situat pe segmentul AD, DE ⊥ AC, E ∊ AC. Dacă M este mijlocul segmentului DE, arătaţi că AM ⊥ BE. **(7p)**

(G.M. Nr.12/2019 – enunț modificat)

Învăţând matematică, înveţi să gândeşti. Nicio problemă nu are graniţe. Orice răspuns, are multe.

(Grigore Moisil)

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu punctaj întreg, 0-7 puncte.
Fiecare subiect se va redacta pe câte o foaie separată.
Timp de lucru: 3 ore.

B-dul Eroilor nr. 4-6,
Pitești, Jud. Argeș,
Tel: +40 (0)248 218 319
Fax: +40 (0)248 219 743
www.isjarges.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30,
Sector 1, 010168, București
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro