Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală, 1 februarie 2020
Clasa a VI – a

6

BAREM ORIENTATIV de CORECTARE şi NOTARE:

Problema 1- Soluție orientativă:	**Punctaj**
Notăm cu $d_1, d_2, ..., d_k$ divizorii numărului a și $e_1, e_2, ..., e_k$ divizorii numărului b; $d_i, e_i \in N^*$; $i=\overline{1,k}, k \geq 2$.	**1p**
$\{d_1, d_2, ..., d_k\} = \left\{\frac{a}{d_1}, \frac{a}{d_2}, ..., \frac{a}{d_k}\right\} \Rightarrow d_1 \cdot d_2 \cdot ... \cdot d_k = \frac{a^k}{d_1 \cdot d_2 \cdot ... \cdot d_k} \Rightarrow (d_1 \cdot d_2 \cdot ... \cdot d_k)^2 = a^k$.	**2p**
$(e_1 \cdot e_2 \cdot ... \cdot e_k)^2 = b^k$.	**1p**
$d_1 \cdot d_2 \cdot ... \cdot d_k = e_1 \cdot e_2 \cdot ... \cdot e_k \Leftrightarrow a^k = b^k \Leftrightarrow a = b.$	**3p**

Problema 2- Soluție orientativă:	**Punctaj**
Suma exponenților numerelor înscrise pe bile este $1+2+3+...+2021 = \frac{2021 \cdot 2022}{2} = 2021 \cdot 1011$, număr impar	**2p**
$u(4^n) = \begin{cases} 1, n=0 \\ 4, n = impar \\ 6, n = par \end{cases}$	**1p**
După un pas se înlocuiesc bilele înscrise cu numerele 4^a și 4^b cu bila pe care se va scrie 4^{a-b} sau $4^{b-a} = 4^{-a+b}$.	**1p**
Dar bila aceasta are aceeaşi ultimă cifră cu 4^{a+b}, deoarece suma și diferența a două numere naturale au aceeaşi paritate.	**2p**
Ultima bilă va avea înscris un număr de forma 4^x, unde $x = \pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm ... \pm 2021$	**1p**
Cum, după fiecare operație (pas), paritatea sumei exponenților rămâne neschimbată, și la început a fost impară, atunci ea rămâne impară. Deci ultima cifră a lui 4^x este 4.	**1p**

Problema 3- Soluție orientativă:	**Punctaj**
Realizare desen	**1p**
$\sphericalangle AOE = \sphericalangle EOC = x \Rightarrow \sphericalangle AOD = \sphericalangle DOC - \sphericalangle AOC = 180^0 - 2x$	**2p**
$\sphericalangle GOD = \sphericalangle AOG = \frac{\sphericalangle AOD}{2} = 90^0 - x$	**1p**
$\sphericalangle GOE = \sphericalangle AOE + \sphericalangle AOG = x + 90^0 - x = 90^0 \Rightarrow GO \perp OE \Rightarrow GO \perp EF$	**2p**
$\sphericalangle GOD = 90^0 - 20^0 = 70^0$	**1p**

Problema 4- Soluție orientativă:	**Punctaj**
$\prec A_0OA_1+\prec A_1OA_2+\prec A_2OA_3+....+\prec A_8OA_0=360^0$	**1p**
Înlocuind măsurile unghiurilor și aplicând eventual suma lui Gauss obținem: $\frac{9\cdot 10}{2}x+\frac{7\cdot 8}{2}-n=360\Rightarrow 45x+28=360+n$	**1p**
$x=\frac{360}{45}+\frac{n-28}{45}=8+\frac{n-28}{45}\in N\Rightarrow n=45p+28\Rightarrow x=8+p$	**1p**
$\prec A_8OA_0=(9x-n)^0>0\Rightarrow 9x>n\Rightarrow 9(8+p)>45p+28\Rightarrow p=1$ sau $p=0$	**1p**
$x=9,n=73$ sau $x=8,n=28$	**1p**
Măsurile unghiurilor sunt: $\prec A_0OA_1=9^0,\prec A_1OA_2=19^0,\prec A_2OA_3=29^0;39^0;49^0;59^0;69^0;\prec A_7OA_8=79^0,\prec A_8OA_0=8^0$	**1p**
sau $8^0,17^0,26^0,35^0,44^0,53^0,62^0,71^0,44^0$.	**1p**

Notă:
Orice altă soluţie corectă se punctează corespunzător.
Se acordă numai punctaje întregi.

B-dul Eroilor nr. 4-6,
Piteşti, Jud. Argeş,
Tel: +40 (0)248 218 319
Fax: +40 (0)248 219 743
www.isjarges.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30,
Sector 1, 010168, București
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro