

# V

## Olimpiada Națională de Matematică Etapa locală, 1 februarie 2020 Clasa a V – a

### SUBIECTE:

1. Fie  $n$  un număr natural. Notăm cu  $S(n)$  și  $U(n)$  suma cifrelor numărului natural, respectiv ultima cifră a sa. Determinați numerele naturale  $n$  care au proprietatea  $n + S(n) + U(n) = 2030$  (7 p)
2. a) Un număr natural  $\overline{ab}$  se numește “olimpic” dacă restul împărțirii lui  $a$  la  $b$  este 1. Determinați toate numerele “olimpice”  $\overline{ab}$ . (4 p)  
b) Un pătrat este împărțit în  $12 \times 12$  pătrățele, completate cu 15 numere egale cu 0 și 129 de numere egale cu 1. Arătați că există cel puțin un număr 1 care are toți vecinii săi (pe linie, pe coloană și pe diagonală) egali cu 1. (3 p)  
(G.M. Nr. 2/2019)
3. a) Calculați  $a = 10^2 - 7^2$  și  $b = 85^2 - 68^2$ . (1 p)  
b) Scrieți numărul  $51^n$  ca o diferență de două pătrate perfecte nenule, unde  $n \in \mathbb{N}^*$ . (6 p)
4. La biblioteca școlii, în data de 15 ianuarie 2020, cu ocazia aniversării zilei de naștere a marelui poet Mihai Eminescu, un sponsor a donat un lot de  $n$  cărți care să fie oferite elevilor ce pot să recite, din memorie, măcar o poezie a marelui poet, prozator și jurnalist român. Doamna bibliotecară este rugată să așeze cărțile în cele  $x$  cutii puse la dispoziție tot de generosul sponsor. Dacă ar așeza câte 42 de cărți în fiecare cutie, ar rămâne 110 cărți, iar dacă ar așeza câte 50 de cărți în fiecare cutie, ar rămâne 5 cutii goale.  
a) Aflați numerele  $n$  și  $x$ . (4 p)  
b) Știind că toate cărțile au fost etichetate pe copertă cu numerele 1, 2, 3, ...,  $n$ , arătați că, oricum am lua la întâmplare 11 cărți, sigur am găsi două cărți care au înscrise pe copertă numere care se termină cu aceeași ultimă cifră. (3 p)

*Învățând matematică, înveți să gândești. Nicio problemă nu are granițe. Orice răspuns, are multe.  
(Grigore Moisil)*

### Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.  
Fiecare subiect este notat cu punctaj întreg, 0-7 puncte.  
Fiecare subiect se va redacta pe câte o foaie separată.  
Timp de lucru: 2 ore.